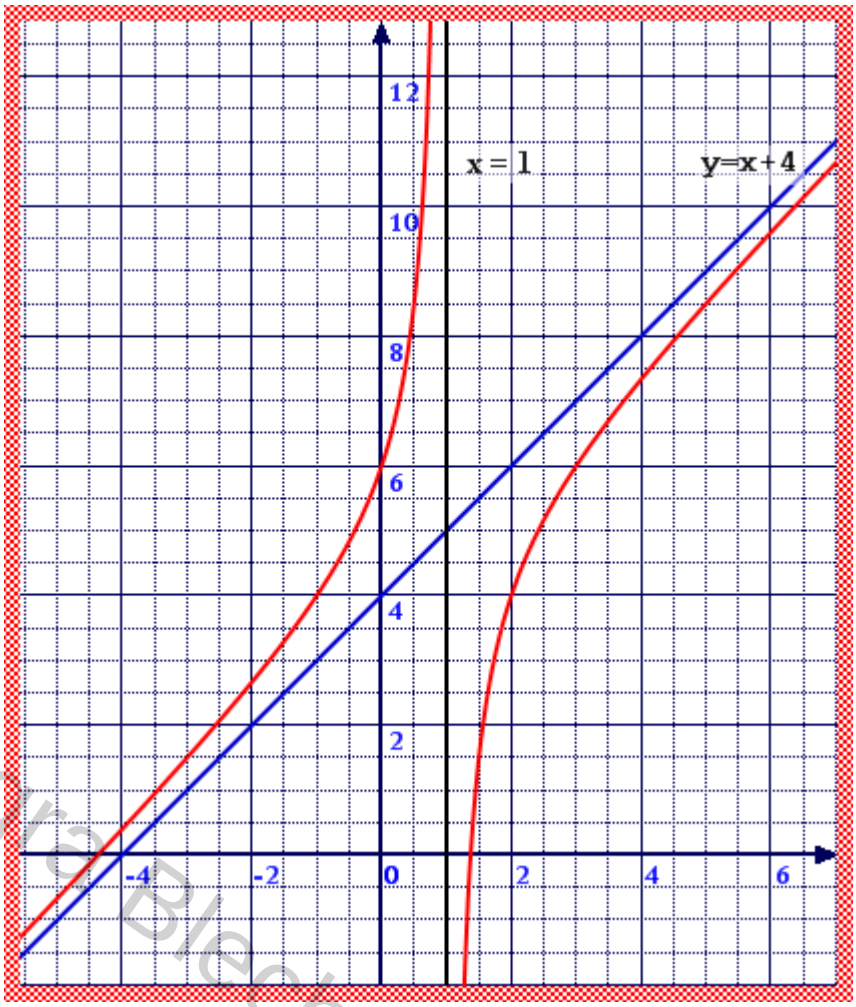
b. $f(x)=\dfrac{x^2+3x-6}{x-1}$. f est une fonction rationnelle définie et dérivable sur $\mathbb{R}\setminus\{1\}$

$$f'(x)=\frac{(2x+3)(x-1)-(x^2+3x-6)\times 1}{(x-1)^2}=\frac{2x^2-2x+3x-3-x^2-3x+6}{(x-1)^2}=\frac{x^2-2x+3}{(x-1)^2}.$$

Le numérateur est un polynôme du second degré qui ne s'annule jamais (car $\Delta<0$) et le dénominateur est positif, donc la dérivée est strictement positive et la fonction f strictement croissante sur $\mathbb{R}\setminus\{1\}$



$$\lim_{|x|\to+\infty}\frac{f(x)}{x}$$

$$=\lim_{|x|\to+\infty}\frac{x^2+3x-6}{x^2-x}$$

$$=\lim_{|x|\to+\infty}\frac{x^2}{x^2}=1$$

$$\lim_{|x|\to+\infty}f(x)-x$$

$$=\lim_{|x|\to+\infty}\frac{4x-6}{x-1}$$

$$=\lim_{|x|\to+\infty}\frac{4x}{x}=4$$

Donc la droite d'équation $y=x+4$ est une asymptote à la courbe de f

c. $f(x)=\sqrt{2\cos x-1}$. Il faut étudier le signe de $2\cos x-1$.

$$2\cos x-1\geq 0 \Leftrightarrow 2\cos x\geq 1 \Leftrightarrow \cos x\geq\frac{1}{2} \Leftrightarrow -\frac{\pi}{3}+2k\pi\leq x\leq\frac{\pi}{3}+2k\pi.$$

f est donc définie sur $\left[-\dfrac{\pi}{3};\dfrac{\pi}{3}\right]$ dérivable sur $\left]-\dfrac{\pi}{3};\dfrac{\pi}{3}\right[$.

$$f(x)=\sqrt{2\cos x-1}=(2\cos x-1)^{\frac{1}{2}}$$

$$f'(x)=\frac{1}{2}\times(-2\sin x)(2\cos x-1)^{-\frac{1}{2}}=\frac{-\sin x}{\sqrt{2\cos x-1}}$$

Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn